



- Instrucciones:**
- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - b) Este examen consta de 8 ejercicios distribuidos en 2 bloques (A y B) de 4 ejercicios cada uno.
 - c) Cada ejercicio tiene un valor máximo de 2,5 puntos.
 - d) Se realizarán únicamente cuatro ejercicios, independientemente del bloque al que pertenezcan. En caso de responder a más de cuatro ejercicios, se corregirán únicamente los cuatro que aparezcan físicamente en primer lugar.
 - e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
 - f) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

BLOQUE A

EJERCICIO 1. (2,5 puntos)

Calcula a y b sabiendo que $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a \operatorname{sen}(x) + x \ln(x+1) + bx^2}{x^3 + x^2} = 2$ (donde \ln denota la función logaritmo neperiano).

EJERCICIO 2. (2,5 puntos)

Sea $f: [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = e^x (\cos(x) + \operatorname{sen}(x))$.

- a) Halla los extremos absolutos de f (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan). **(2 puntos)**
- b) Determina la ecuación de la recta tangente y la ecuación de la recta normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = \frac{3\pi}{2}$. **(0,5 puntos)**

EJERCICIO 3. (2,5 puntos)

Considera la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x^3 - x$. Calcula el área total de los recintos limitados por la gráfica de la función f y la recta normal a dicha gráfica en el punto de abscisa $x = 0$.

EJERCICIO 4. (2,5 puntos)

Calcula $\int_0^3 \frac{x}{\sqrt{1+x}} dx$. (Sugerencia: efectúa el cambio de variable $t = \sqrt{1+x}$.)



BLOQUE B

EJERCICIO 5. (2,5 puntos)

La suma de los seguidores en una determinada red social de Alberto, Begoña y Carlos es de 13000 personas. Aunque Carlos perdiera una tercera parte de sus seguidores, todavía seguiría teniendo el doble de seguidores que tiene Alberto. Por otro lado, los seguidores de Alberto más la quinta parte de los seguidores de Begoña, son tantos como la mitad de los de Carlos. Calcula cuántos seguidores tiene cada uno.

EJERCICIO 6. (2,5 puntos)

Considera las matrices $A = \begin{pmatrix} m & 1 & 3 \\ 1 & m & 2 \\ 1 & m & 3 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$.

- Calcula el rango de la matriz A según los valores de m . **(1 punto)**
- Para $m = 0$ resuelve la ecuación $AX = B$, si es posible. **(1,5 puntos)**

EJERCICIO 7. (2,5 puntos)

Considera el triángulo cuyos vértices son los puntos $A(0, 2, 3)$, $B(m, 0, 1)$ y $C(2, 1, 2)$.

- Halla los valores de m , sabiendo que el área del triángulo es $\frac{\sqrt{18}}{2}$ unidades cuadradas. **(1,5 puntos)**
- Para $m = 0$, calcula el coseno del ángulo en el vértice A de dicho triángulo. **(1 punto)**

EJERCICIO 8. (2,5 puntos)

Considera el punto $P(2, 0, -4)$ y el plano $\pi \equiv \begin{cases} x = 9\alpha + 3\beta \\ y = -1 + 2\alpha \\ z = 3 + 4\alpha + \beta \end{cases}$

- Halla el punto simétrico del punto P respecto del plano π . **(1,75 puntos)**
- Calcula la distancia del punto P al plano π . **(0,75 puntos)**