



- Instrucciones:**
- Duración: 1 hora y 30 minutos.**
 - Todas las cuestiones deben responderse en el papel entregado para la realización del examen y nunca en los folios que contienen los enunciados.**
 - Este examen consta de 8 ejercicios distribuidos en 4 bloques de 2 ejercicios cada uno.**
 - Cada ejercicio tiene un valor máximo de 2,5 puntos.
 - Se realizará únicamente un ejercicio de cada bloque.** En caso de responder a dos ejercicios de un bloque, sólo se corregirá el que aparezca físicamente en primer lugar.
 - Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
 - En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

BLOQUE A. Resuelve sólo uno de los siguientes ejercicios:

EJERCICIO 1. (2,5 puntos)

Sea f la función definida por $f(x) = \frac{ax^3 + bx^2 + x - 1}{x^2 - 1}$, para $x \neq \pm 1$. Sabiendo que su gráfica tiene una asíntota oblicua que pasa por el punto $(0, 1)$ y es paralela a la recta $y = 2x$, calcula la asíntota oblicua y los valores de a y b .

EJERCICIO 2. (2,5 puntos)

Considera la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \arctg(x + \pi)$, donde \arctg denota la función arcotangente.

a) **[1,5 puntos]** Calcula los intervalos de concavidad y convexidad de f . Estudia y halla, si existen, los puntos de inflexión de f (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).

b) **[1 punto]** Calcula $\lim_{x \rightarrow -\pi} \frac{\arctg(x + \pi)}{\sen(x)}$.

BLOQUE B. Resuelve sólo uno de los siguientes ejercicios:

EJERCICIO 3. (2,5 puntos)

Halla la función $f: (2, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ que pasa por el punto $(3, -4 \ln 5)$ y verifica $f'(x) = \frac{3x^2 + 4x + 12}{x^2 - 4}$, donde \ln denota la función logaritmo neperiano.

EJERCICIO 4. (2,5 puntos)

Sea $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = (x^2 - 3x + 5)e^x$. Halla una primitiva de f cuya gráfica pase por el punto $(0, 5)$.



BLOQUE C. Resuelve sólo uno de los siguientes ejercicios:

EJERCICIO 5. (2,5 puntos)

Considera las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ m & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} -4 & 8 & 0 \\ 0 & 4 & 4 \\ 4 & 12 & 20 \end{pmatrix}$.

- a) **[0,75 puntos]** Determina los valores de m para los que la matriz A^2 tiene inversa.
- b) **[1,75 puntos]** Para $m = 0$ calcula, si es posible, la matriz X que verifica $A^2X = \frac{1}{2}(A + B)$.
-

EJERCICIO 6. (2,5 puntos)

Determina un número natural de tres cifras sabiendo que la suma de sus dígitos es 9, que la diferencia de dicho número con el que se obtiene al intercambiar la cifra de las centenas por la de las unidades es 198, y que si consideramos la suma entre ambos números, es decir, entre el número a determinar y el que se obtiene al intercambiar sus cifras, el resultado es 828.

BLOQUE D. Resuelve sólo uno de los siguientes ejercicios:

EJERCICIO 7. (2,5 puntos)

Considera los puntos $P(1, 0, 1)$ y $Q(3, -2, 1)$.

- a) **[1 punto]** Calcula el plano perpendicular al segmento PQ que pasa por su punto medio.
- b) **[1,5 puntos]** Calcula el plano paralelo a la recta $r \equiv 1 - x = \frac{y - 2}{3} = z + 1$ que pasa por P y Q .
-

EJERCICIO 8. (2,5 puntos)

Considera los puntos $A(1, 1, 2)$, $B(1, 0, 1)$ y $C(1, -1, 2)$.

- a) **[1,25 puntos]** Determina el área del triángulo de vértices A , B y C .
- b) **[1,25 puntos]** Calcula D para que los puntos A , B , C y D sean los vértices consecutivos de un paralelogramo.
-