

PROBABILIDAD

Sean A y B dos sucesos de un espacio aleatorio E. Sea P una medida de la probabilidad definida en E. Entonces se verifican las siguientes propiedades:

-) $0 \leq P(A), P(B) \leq 1$

-) $P(\emptyset) = 0$, donde \emptyset representa al suceso imposible

-) $P(E) = 1$

-) Si \bar{A} es el suceso contrario de A, entonces $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$

-) $A \cap B \equiv A \text{ y } B$, suceden los dos a la vez

-) $A \cup B \equiv A \text{ o } B$, sucede alguno de los dos

-) $\bar{A} \cap \bar{B} \equiv \text{ni A ni B}$, no sucede ninguno de los dos

-) Dos sucesos A y B son incompatibles si no pueden suceder a la vez, es decir,
 $A \cap B = \emptyset \Rightarrow P(A \cap B) = 0$

-) $P(A \cap B) \leq P(A), P(B)$

-) $P(A), P(B) \leq P(A \cup B)$

-) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

-) $P(A \cap \bar{B}) = P(A) - P(A \cap B)$

-)
$$\left. \begin{aligned} P(\bar{A} \cup \bar{B}) &= P(\overline{A \cap B}) \\ P(\bar{A} \cap \bar{B}) &= P(\overline{A \cup B}) \end{aligned} \right\} \text{Leyes de Morgan}$$

-) Probabilidad condicionada: La probabilidad de que ocurra el suceso A sabiendo que ha ocurrido el suceso B viene dada por

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \text{ siempre que } P(B) \neq 0$$

-) Dos sucesos son independientes si sucede una de estas dos cosas:

a) $P(A \cap B) = P(A)P(B)$

b) $P(A/B) = P(A), P(B/A) = P(B)$

-) Se dice que un conjunto de sucesos forman un sistema completo de sucesos del espacio muestral E si

a) $A_i \cap A_j = \emptyset$, es decir, son incompatibles

b) Los A_i recubren E, es decir, $\cup A_i = E$

c) La suma de las probabilidades de todos los sucesos es 1, $\sum P(A_i) = 1$

-) Teorema de la probabilidad total: Sea $S = \{A_i\}$ un sistema completo de sucesos. Sea un suceso B cualquiera del espacio E. Entonces

$$P(B) = P(B/A_1)P(A_1) + P(B/A_2)P(A_2) + P(B/A_3)P(A_3) + \dots + P(B/A_n)P(A_n)$$

-) Teorema de Bayes: Sea S un sistema completo de sucesos

$$P(A_i/B) = \frac{P(B/A_i)P(A_i)}{P(B/A_1)P(A_1) + P(B/A_2)P(A_2) + \dots + P(B/A_n)P(A_n)}$$

En la práctica no se utiliza el Teorema de Bayes, sino que se aplica la fórmula de la probabilidad condicionada al diagrama de árbol