PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD
Y PRUEBA DE ADMISIÓN
ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS
CURSO 2024–2025

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:

a) **Duración: 1 hora y 30 minutos.**

b) Todas las cuestiones deben responderse en el papel entregado para la realización del examen y nunca en los folios que contienen los enunciados.

c) Este examen consta de siete ejercicios distribuidos en un bloque con un ejercicio obligatorio y tres bloques con dos ejercicios optativos cada uno.

d) Deberá resolver el ejercicio obligatorio y solamente un ejercicio de cada uno de los tres bloques con optatividad.

e) En caso de responder a dos ejercicios de un bloque, sólo se corregirá el que aparezca físicamente en primer lugar.

f) Cada ejercicio tiene un valor máximo de 2,5 puntos.

g) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

h) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

i) Se proporcionará la tabla de la distribución Normal. Se permite el uso de regla.

BLOQUE OBLIGATORIO. Resuelve el siguiente ejercicio:

EJERCICIO 1. (2,5 puntos)

Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = \dfrac{x^3+1}{x^2+1}$. Calcula una primitiva de f cuya gráfica pase por el punto $(0, 5)$.

BLOQUE CON OPTATIVIDAD 1. Resuelve sólo uno de los siguientes ejercicios:

EJERCICIO 2. (2,5 puntos)

Considera la función $f\colon (-1, 1) \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \dfrac{1}{(1-|x|)^2}$.

a) **[1,25 puntos]** Estudia la continuidad y derivabilidad de la función f.

b) **[1,25 puntos]** Halla, si existen, sus extremos absolutos (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).

EJERCICIO 3. (2,5 puntos)

Sean las funciones $f\colon (-1, 0) \cup (0, 1) \to \mathbb{R}$ y $g\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, definidas por $f(x) = \ln\left(\dfrac{x^2}{e}\right)$ y $g(x) = x^3 + 2$.

a) **[1,5 puntos]** Calcula $a \neq 0$ de forma que en el punto $(a, f(a))$ la recta normal a la gráfica de la función f sea paralela a la recta tangente a la gráfica de g en el punto $(a, g(a))$.

b) **[1 punto]** Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de la función f.

BLOQUE CON OPTATIVIDAD 2. Resuelve sólo uno de los siguientes ejercicios:

EJERCICIO 4. (2,5 puntos)

Considera la matriz $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

a) **[1,25 puntos]** Calcula A^4 y A^{31}.

b) **[1,25 puntos]** Halla razonadamente el determinante de la matriz $4A^{25}(A^t)^4$.

EJERCICIO 5. (2,5 puntos)

Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$.

a) **[1 punto]** Halla razonadamente el determinante de una matriz X que verifica $X^3AX^2 = B^2$.

b) **[1,5 puntos]** Determina, si existe, una matriz Y que verifique $A^3YB^{-1} = A^2$.

BLOQUE CON OPTATIVIDAD 3. Resuelve sólo uno de los siguientes ejercicios:

EJERCICIO 6. (2,5 puntos)

Considera la recta $r \equiv \begin{cases} x + y + z = 0 \\ y - z = 0 \end{cases}$ y el punto $P(2,1,0)$.

a) **[1,25 puntos]** Halla la distancia del punto P a la recta r.

b) **[1,25 puntos]** Calcula la ecuación del plano que contiene a la recta r y al punto P.

EJERCICIO 7. (2,5 puntos)

Una empresa fabrica bolígrafos en tres provincias: Almería, Barcelona y Cáceres. El porcentaje de producción total de bolígrafos que se fabrica en cada provincia es, respectivamente, del $20\,\%$, $50\,\%$ y $30\,\%$. Además, el porcentaje de bolígrafos defectuosos en cada una de ellas es del $7\,\%$, $6\,\%$ y $2\,\%$, respectivamente.

a) **[1 punto]** ¿Cuál es la probabilidad de que un bolígrafo, tomado al azar, sea defectuoso?

b) **[1,5 puntos]** Si se ha escogido un bolígrafo no defectuoso, ¿cuál es la probabilidad de que provenga de Almería?
