



**Instrucciones:**

- Duración: 1 hora y 30 minutos.**
- Todas las cuestiones deben responderse en el papel entregado para la realización del examen y nunca en los folios que contienen los enunciados.
- Este examen consta de siete ejercicios distribuidos en un bloque con un ejercicio obligatorio y tres bloques con dos ejercicios optativos cada uno.
- Deberá resolver el ejercicio obligatorio y solamente un ejercicio de cada uno de los tres bloques con optatividad.
- En caso de responder a dos ejercicios de un bloque, sólo se corregirá el que aparezca físicamente en primer lugar.
- Cada ejercicio tiene un valor máximo de 2,5 puntos.
- En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.
- Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
- Se proporcionará la tabla de la distribución Normal. Se permite el uso de regla.

**BLOQUE OBLIGATORIO.** Resuelve el siguiente ejercicio:

**EJERCICIO 1. (2,5 puntos)**

Considera las rectas  $r \equiv \frac{x}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-k}{2}$  y  $s \equiv \frac{x+2}{-1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-1}{1}$ .

- [1,5 puntos]** Determina  $k$  sabiendo que ambas se cortan en un punto.
- [1 punto]** Para  $k = 0$ , halla la ecuación general del plano que contiene a  $r$  y es paralelo a  $s$ .

**BLOQUE CON OPTATIVIDAD 1.** Resuelve sólo uno de los siguientes ejercicios:

**EJERCICIO 2. (2,5 puntos)**

Un naufrago se encuentra en una isla situada en el punto de coordenadas  $(2, 0)$  de un plano. Se sabe que un ferry navega en el mismo plano siempre en la trayectoria dada por la gráfica de la función  $f(x) = \sqrt{x+1}$ . ¿Hacia qué punto de la trayectoria debe nadar el naufrago para recorrer la menor distancia posible? Calcula dicha distancia.

**EJERCICIO 3. (2,5 puntos)**

Sea la función  $f: (-1, 1) \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $f(x) = \frac{1+|x|}{1-|x|}$ .

- [1,5 puntos]** Estudia la derivabilidad de  $f$ .
- [1 punto]** Halla los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de  $f$ .



BLOQUE CON OPTATIVIDAD 2. Resuelve sólo uno de los siguientes ejercicios:

**EJERCICIO 4. (2,5 puntos)**

Se considera la matriz  $M = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$  con determinante igual a  $-5$ .

a) [1,25 puntos] Calcula  $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{31} & 2a_{21} \\ 3a_{12} & 3a_{32} & 6a_{22} \\ 2a_{13} & 2a_{33} & 4a_{23} \end{vmatrix}$ .

b) [1,25 puntos] Calcula  $\begin{vmatrix} 2a_{11} - 3a_{31} & 2a_{12} - 3a_{32} & 4a_{13} - 6a_{33} \\ a_{21} & a_{22} & 2a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & 2a_{33} \end{vmatrix}$ .

**EJERCICIO 5. (2,5 puntos)**

Sean las matrices  $A = \begin{pmatrix} a & 3 \\ b & 1 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ .

a) [1,5 puntos] Determina  $a$  y  $b$  para que  $A^2 = 4I$ , donde  $I$  es la matriz identidad de orden 2.

b) [1 punto] Para  $a = -1$  y  $b = 1$ , calcula, si es posible, la matriz  $X$  que cumple  $A^2X = B^t$ .

---

BLOQUE CON OPTATIVIDAD 3. Resuelve sólo uno de los siguientes ejercicios:

**EJERCICIO 6. (2,5 puntos)**

Considera las funciones  $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definidas por  $f(x) = -e^x$  y  $g(x) = -e^{-x}$ .

a) [1 punto] Esboza las gráficas de dichas funciones.

b) [1,5 puntos] Calcula la suma de las áreas de los recintos acotados y limitados por las gráficas de dichas funciones y las rectas  $x = -1$  y  $x = 1$ .

**EJERCICIO 7. (2,5 puntos)**

El peso de las manzanas producidas en una granja sigue una distribución normal de media 200 gramos y desviación típica desconocida.

a) [1,25 puntos] Si el 33 % de las manzanas pesan más de 230 gramos, calcula la desviación típica del peso de las manzanas.

b) [1,25 puntos] Si la desviación típica es de 50 gramos, calcula el porcentaje de manzanas que pesan entre 160 y 220 gramos.

---