



Instrucciones:

- Duración: 1 hora y 30 minutos.**
- Todas las cuestiones deben responderse en el papel entregado para la realización del examen y nunca en los folios que contienen los enunciados.
- Este examen consta de siete ejercicios distribuidos en un bloque con un ejercicio obligatorio y tres bloques con dos ejercicios optativos cada uno.
- Deberá resolver el ejercicio obligatorio y solamente un ejercicio de cada uno de los tres bloques con optatividad.
- En caso de responder a dos ejercicios de un bloque, sólo se corregirá el que aparezca físicamente en primer lugar.
- Cada ejercicio tiene un valor máximo de 2,5 puntos.
- En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.
- Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
- Se proporcionará la tabla de la distribución Normal. Se permite el uso de regla.

BLOQUE OBLIGATORIO. Resuelve el siguiente ejercicio:

EJERCICIO 1. (2,5 puntos)

Se sabe que la suma de tres números naturales es 22 y que la suma de cuatro veces el primero más el triple del segundo más el doble del tercero es 61. ¿Puede ser 15 uno de los tres números? En caso afirmativo, calcula los restantes. ¿Existen otras opciones?

BLOQUE CON OPTATIVIDAD 1. Resuelve sólo uno de los siguientes ejercicios:

EJERCICIO 2. (2,5 puntos)

Considera la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \frac{1}{x^2 + 2x + 2}$. Calcula una primitiva de f cuya gráfica pase por el punto $(0, \frac{\pi}{4})$.

EJERCICIO 3. (2,5 puntos)

Calcula el valor de k para que $\int_1^3 e^{x-k}(x-2) dx = 2$.



BLOQUE CON OPTATIVIDAD 2. Resuelve sólo uno de los siguientes ejercicios:

EJERCICIO 4. (2,5 puntos)

Considera la recta $r \equiv \begin{cases} x - y + z = 3 \\ x + 2y - z = 4 \end{cases}$ y el plano $\pi \equiv mx - y - 2z = 5$.

- a) [1,5 puntos] Halla m para que r y π sean paralelos.
b) [1 punto] Para $m = -8$, calcula la distancia de la recta r al plano π .

EJERCICIO 5. (2,5 puntos)

Sean las rectas $r \equiv \frac{x+1}{4} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-2}{-1}$ y $s \equiv \begin{cases} x = 1 - \lambda \\ y = 2 + \lambda \\ z = -3 - 2\lambda \end{cases}$

- a) [1 punto] Estudia la posición relativa de las rectas r y s .
b) [1,5 puntos] Halla la ecuación de un plano que contiene a r y a una recta perpendicular a las rectas r y s .

BLOQUE CON OPTATIVIDAD 3. Resuelve sólo uno de los siguientes ejercicios:

EJERCICIO 6. (2,5 puntos)

Calcula a y b sabiendo que

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \operatorname{sen}(x) + a(e^x - 1) + \operatorname{sen}(x)}{bx^2 + x - \operatorname{sen}(x)} = 1.$$

EJERCICIO 7. (2,5 puntos)

La velocidad máxima a la que puede circular un vehículo sobre un determinado puente del río Guadalete es de 70 km/h.

- a) [1 punto] En uno de los sentidos de circulación, la velocidad de los vehículos sigue una distribución normal de media 64 km/h y desviación típica 4 km/h. Si el radar de control salta a partir de 72 km/h, ¿cuál es el porcentaje de vehículos que se sancionan?
b) [1,5 puntos] En el sentido contrario, también sigue una distribución normal de la que sabemos que la velocidad media es de 63,6 km/h y que el 5,05 % de todos los vehículos viaja a más de 80 km/h. En este caso, ¿cuánto vale la desviación típica?