SELECTIVIDAD ANDALUCÍA - SOCIALES II - JUNIO 2025

BLOQUE A:

EJERCICIO 1

a) **(1.75 puntos)** Plantee y resuelva el siguiente problema de forma matricial:

El gerente de una empresa de productos hospitalarios desea introducir un nuevo producto en el mercado nacional. Para ello contrata a 3 vendedores que se han encargado de las zonas A, B y C del país, respectivamente. El vendedor de la zona A ha trabajado 40 horas, ha realizado 10 demostraciones y 5 viajes para dicha promoción. El vendedor de la zona B ha trabajado el doble de horas que el de la zona A, realizando 15 demostraciones y 8 viajes. En cuanto al vendedor de la zona C, ha trabajado 100 horas, ha realizado 25 demostraciones y 10 viajes. El gerente debe abonarles 75€ por hora trabajada, 300€ por demostración y 250€ por viaje realizado. Teniendo en cuenta que, además, debe aplicárseles una retención en concepto del impuesto del IRPF del 15% si la cantidad a abonar al vendedor es menor de diez mil euros y del 18% en caso contrario, determine la cantidad final que cobrará cada vendedor.

b) **(0.75 puntos)** Sea $A=\begin{pmatrix} -2 & 2 & 1 \\ 3 & a-1 & 2 \\ 4 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ ¿Para qué valores de a es la matriz A invertible?

a)

$$\begin{array}{cc} \begin{array}{ccc} H & D & V \end{array} & \text{€} \\ \begin{pmatrix} 40 & 10 & 5 \\ 80 & 15 & 8 \\ 100 & 25 & 10 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 75 \\ 300 \\ 250 \end{pmatrix} \end{array} = \begin{pmatrix} 7250 \\ 12500 \\ 17500 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{array}{l} 0.85\cdot 7250 = 6125\text{€} \\ 0.82\cdot 12500 = 10250\text{€} \\ 0.82\cdot 17500 = 14350\text{€} \end{array}$$

b)

$$A=\begin{pmatrix} -2 & 2 & 1 \\ 3 & a-1 & 2 \\ 4 & 0 & 3 \end{pmatrix} \rightarrow |A| = -6(a-1)+16-4(a-1)-18 = -10a+8=0$$

$$a=\frac{8}{10}=\frac{4}{5} \rightarrow A \text{ tiene inversa cuando } a\neq\frac{4}{5}$$

BLOQUE B:

EJERCICIO 2 **(2.5 puntos)**

Un periódico digital ha publicado una noticia de última hora. El número de personas que han visto la noticia t horas después de su lanzamiento viene modelado por la función:

$$N(t) = 500\,000\left(1 - e^{-0.2t}\right) \quad ; \quad t > 0$$

a) **(0.8 puntos)** Estudie la monotonía y curvatura de la función N.

b) **(0.7 puntos)** Represente gráficamente la función N y describa su tendencia a lo largo del tiempo.

c) **(0.5 puntos)** ¿Cuánto tiempo ha debido de pasar para que la noticia haya sido vista por 450000 personas?

d) **(0.5 puntos)** La velocidad de difusión de la noticia (número de personas por hora que han visto la publicación) es $N'(t)$. ¿Qué conclusión se obtiene al comparar $N'(t)$ en los instantes $t = 1$ y $t = 10$?

a)

$$N(t) = 500\,000\left(1 - e^{-0.2t}\right)$$

$$N'(t) = 500\,000 \cdot \left(-e^{-0.2t}\right)(-0.2) = 100\,000\,e^{-0.2t} > 0 \;\rightarrow\; N(t) \text{ crece}$$

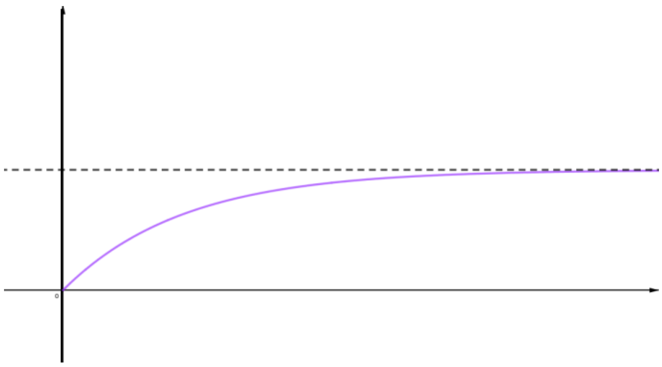
$$N''(t) = 100\,000\,e^{-0.2t}\,(-0.2) = -20\,000\,e^{-0.2t} < 0 \;\rightarrow\; N(t) \text{ cóncava } \cap$$

b)

$$\lim_{t\to+\infty} 500\,000\left(1 - e^{-0.2t}\right) = 500\,000 \lim_{t\to+\infty}\left(1 - e^{-0.2t}\right) = 500\,000 \;\rightarrow\; y = 500\,000 \; AH$$

$$\lim_{t\to0^+} 500\,000\left(1 - e^{-0.2t}\right) = 0 \qquad f(1) \simeq 90000 \qquad f(2) \simeq 165000$$

$$f(3) \simeq 225000 \qquad f(4) \simeq 275000 \qquad f(5) \simeq 316000 \qquad f(6) \simeq 349000$$



c)

$$500000\left(1 - e^{-0.2t}\right) = 450000 \;\rightarrow\; 1 - e^{-0.2t} = 0.9 \;\rightarrow\; e^{-0.2t} = 0.1$$

$$-0.2t = \ln 0.1 \;\rightarrow\; t = \frac{\ln 0.1}{-0.2} = 11.5129 \simeq 11\text{h } 30'\, 47''$$

d)

$$N'(t) = 100\,000\,e^{-0.2t}$$

$$N'(1) = 81873$$

$$N'(10) = 13533$$

El número de personas que ven la noticia es mayor durante la primera hora y además la velocidad de difusión decrece a lo largo del tiempo ya que $N''(t) < 0$

SELECTIVIDAD ANDALUCÍA - SOCIALES II - JUNIO 2025

BLOQUE B:

EJERCICIO 3

A un paciente con diabetes se le monitoriza durante un día completo, suministrándole un medicamento a mediodía para observar su reacción. La función que aproxima la cantidad de glucosa en sangre (mg/dl) del paciente, en cada instante t (horas), es:

$$f(t)=\begin{cases} \frac{5}{6}\left(\frac{t^3}{3}-12t^2+108t+108\right) & 0\le t\le 12 \\ t^2-40t+546 & 12<t\le 24 \end{cases}$$

a) **(0.75 puntos)** Halle en qué periodos de tiempo el nivel de glucosa va aumentando.

b) **(1 punto)** ¿En qué momentos del día el paciente tiene los niveles más alto y más bajo de glucosa en sangre y a cuánto ascienden?

c) **(0.75 puntos)** ¿En qué momentos, después del mediodía, el paciente tiene $155\,mg/dl$?

a)

$$f'(t)=\begin{cases} \frac{5}{6}\left(t^2-24t+108\right) & 0<t<12 \\ 2t-40 & 12<t<24 \end{cases}$$

$$t^2-24t+108=0 \;\rightarrow\; t=6 \qquad \cancel{t=18}$$

$$\left.\begin{array}{l} t\in(0,6) \;\rightarrow\; f'(t)>0 \;\rightarrow\; f \text{ crece} \\ t\in(6,12) \;\rightarrow\; f'(t)<0 \;\rightarrow\; f \text{ decrece} \end{array}\right\} \rightarrow\; t=6 \quad \text{máximo}$$

$$2t-40=0 \;\rightarrow\; t=20$$

$$\left.\begin{array}{l} t\in(12,20) \;\rightarrow\; f'(t)<0 \;\rightarrow\; f \text{ decrece} \\ t\in(20,24) \;\rightarrow\; f'(t)>0 \;\rightarrow\; f \text{ crece} \end{array}\right\} \rightarrow\; t=20 \quad \text{mínimo}$$

El nivel de glucosa aumenta entre las $(0,6)$ horas y las $(20,24)$ horas

b)

$$f(0)=90 \qquad f(6)=330 \qquad f(20)=146 \qquad f(24)=162$$

$$\left.\begin{array}{l} f(12)=210 \\ \lim\limits_{t\to 12^+}\left(t^2-40t+546\right)=210 \end{array}\right\} \rightarrow\; f \text{ continua en } t=12$$

Nivel mínimo de 90 mg/dl a las 0h y máximo de 330 mg/dl a las 6h

c)

$$t^2-40t+546=155 \;\rightarrow\; t^2-40t+391=0 \;\rightarrow\; t=17 \qquad t=23$$

A las 17h y a las 23h

SELECTIVIDAD ANDALUCÍA - SOCIALES II - JUNIO 2025

BLOQUE C:

EJERCICIO 4

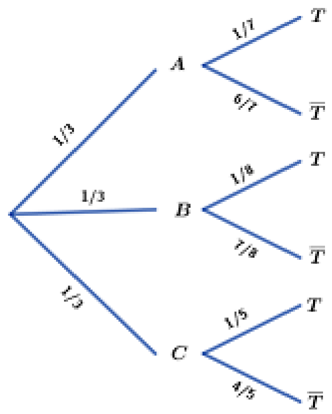
En una casa con trastero viven tres personas y cada una tiene un llavero con las llaves de la casa. El primer llavero contiene 7 llaves, el segundo 8 y el tercero 5. En cada uno de los llaveros hay una única llave que abre el trastero. Otra persona necesita abrir el trastero y, para ello, selecciona un llavero al azar y, de este, elige una llave aleatoriamente e intenta abrirlo. Calcule la probabilidad de que:

a) **(1 punto)** No haya acertado con la llave seleccionada.

b) **(0.5 puntos)** El llavero sea el tercero y la llave abra el trastero.

c) **(0.5 puntos)** Sabiendo que la llave elegida abre el trastero, esta pertenezca al primer o al tercer llavero.

d) **(0.5 puntos)** Si la llave no abre el trastero, esta no pertenezca al primer llavero.



a) $$P(\overline{T}) = \frac{1}{3}\cdot\frac{6}{7} + \frac{1}{3}\cdot\frac{7}{8} + \frac{1}{3}\cdot\frac{4}{5} = \frac{709}{840} = 0.8440$$

b) $$P(C \cap T) = \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{5} = \frac{1}{15} = 0.0667$$

c) $-)$ 1ª forma

$$P(A/T) + P(C/T) = \frac{P(A\cap T)}{P(T)} + \frac{P(C\cap T)}{P(T)} = \frac{\frac{1}{3}\left(\frac{1}{7}+\frac{1}{5}\right)}{1-0.8440} = 0.7326$$

$-)$ 2ª forma

$$P(\overline{B}/T) = \frac{P(\overline{B}\cap T)}{P(T)} = \frac{P(T)-P(B\cap T)}{P(T)} = \frac{\frac{131}{840} - \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{8}}{\frac{131}{840}} = \frac{96}{131} = 0.7328$$

d) $$P(\overline{A}/\overline{T}) = \frac{P(\overline{A}\cap\overline{T})}{P(\overline{T})} = \frac{\frac{1}{3}\left(\frac{7}{8}+\frac{4}{5}\right)}{0.8440} = 0.6615$$

BLOQUE C:

EJERCICIO 5

Una empresa de marketing ha lanzado una campaña publicitaria para promocionar un nuevo servicio de energía solar para hogares. Según estudios previos, se estima que el 20% de las personas que ven el anuncio terminan contratando el servicio. Para analizar más en profundidad la efectividad de la campaña, se seleccionan aleatoriamente a 20 personas que han visto el anuncio.

a) **(0.75 puntos)** Calcule la probabilidad de que exactamente 10 personas contraten el servicio.

b) **(0.75 puntos)** Determine la probabilidad de que al menos 2 personas contraten el servicio.

c) **(0.5 puntos)** Determine el valor esperado del número de personas que contratarán el servicio de entre las seleccionadas.

d) **(0.5 puntos)** ¿Cuántas personas, de entre las que han visto el anuncio, se deberían seleccionar para que el número esperado de personas que contraten el servicio sea mayor o igual a 13?

a) $X \in B(20, 0.2)$

$$P(X=10) = \binom{20}{10}(0.2)^{10}(0.8)^{10} = 0.0020$$

b) $$P(X \geq 2) = 1 - P(X<2) = 1 - P(X=0) - P(X=1) = 1 - \binom{20}{0}(0.2)^{0}(0.8)^{20} - \binom{20}{1}(0.2)^{1}(0.8)^{19} =$$

$$= 1 - 0.0115 - 0.0576 = 0.9309$$

c) $\mu = np = 20 \cdot 0.2 = 4$ personas

d) $\mu = np \geq 13 \;\rightarrow\; 0.2 \cdot n \geq 13 \;\rightarrow\; n \geq \frac{13}{0.2} = 65$ personas

SELECTIVIDAD ANDALUCÍA - SOCIALES II - JUNIO 2025

BLOQUE D:

EJERCICIO 6

El tiempo de estudio semanal de los estudiantes andaluces, medido en horas, se distribuye según una ley Normal de media desconocida y desviación típica 5 horas. A partir de una muestra de 81 estudiantes se ha obtenido que el intervalo de confianza para la media poblacional es (10.794,13.206), con un nivel de confianza del 97%.

a) **(0.5 puntos)** Obtenga el tiempo medio de estudio de esa muestra de estudiantes.

b) **(0.5 puntos)** Si se amplía el tamaño de la muestra, razone si manteniendo el nivel de confianza, la amplitud del intervalo de confianza aumenta o disminuye.

c) **(0.75 puntos)** Si se desea reducir la amplitud del intervalo de confianza, razone si manteniendo el tamaño muestral, ha de reducirse o aumentarse el nivel de confianza.

d) **(0.75 puntos)** Si la media de la población es de 10.2 horas y sabiendo que la media muestral es de 12 horas, calcule el tamaño máximo de la muestra para obtener un intervalo de confianza que contenga la media poblacional, manteniendo el 97% de confianza.

a)

$$IC=\left(\overline{x}-z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\overline{x}+z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)=\left(\overline{x}-E,\overline{x}+E\right)=\left(10.794,13.206\right)$$

$$2\overline{x}=LS+LI \quad\rightarrow\quad \overline{x}=\frac{LS+LI}{2}=\frac{10.794+13.206}{2}=12 \text{ horas}$$

b)

$$IC=\left(\overline{x}-z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\overline{x}+z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

Si n aumenta entonces $z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ disminuye y por lo tanto la longitud del intervalo también disminuye

c)

$$IC=\left(\overline{x}-z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\overline{x}+z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

Si disminuye el nivel de confianza entonces también disminuye $z_{\alpha/2}$, por lo que la longitud del intervalo disminuye igualmente.

d)

$$\mu=10.2 \qquad \overline{x}=12 \qquad \alpha=0.97$$

$$IC=\left(\overline{x}-z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\overline{x}+z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

$$\frac{1+\alpha}{2}=\frac{1.97}{2}=0.985 \quad\rightarrow\quad z_{\alpha/2}=2.17$$

$$\overline{x}-\mu=12-10.2=1.8 \quad\rightarrow\quad z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}=1.8 \quad\rightarrow\quad 2.17\cdot\frac{5}{\sqrt{n}}=1.8 \quad\rightarrow\quad \frac{10.85}{\sqrt{n}}=1.8$$

$$\sqrt{n}=\frac{10.85}{1.8}=6.027 \quad\rightarrow\quad n=36.33 \quad\rightarrow\quad n=36 \text{ personas}$$

BLOQUE D:

EJERCICIO 7

Los desajustes sobre el horario previsto de llegada de los trenes de alta velocidad, medidos en minutos, sigue una ley Normal con media 0 y desviación típica 2.2.

a) **(0.5 puntos)** Calcule el porcentaje de trenes que tienen un desajuste máximo de un minuto.

b) Elegidos al azar 15 trenes de alta velocidad, los desajustes han sido:

0, 1.3, −2.1, −1.5, 2, 0.8, 5, 2.1,
−3, 1.8, 3.1, 4, −0.7, 1.6, −5.4

b1) **(1.25 puntos)** Calcule un intervalo de confianza, con un nivel de confianza del 96%, para la media poblacional. ¿Cuál es el error máximo que se comete en la estimación de esta media? Con este nivel de confianza y a partir de los datos obtenidos, ¿puede afirmarse que un tren tenga un retraso de 2 minutos?

b2) **(0.75 puntos)** Con un nivel de confianza del 98%, ¿cuántos trenes de alta velocidad deberían elegirse, como mínimo, para que la diferencia entre la media poblacional y su estimación muestral sea como máximo de 1.1 minutos?

a)

$$X \in N(0, 2.2)$$

$$P(-1 < X < 1) = P\left(\frac{-1}{2.2} < Z < \frac{1}{2.2}\right) = (-0.45 < Z < 0.45) = P(Z < 0.45) - P(Z < -0.45) =$$

$$= P(Z < 0.45) - P(Z > 0.45) = P(Z < 0.45) + P(Z < 0.45) - 1 = 2 \cdot P(Z < 0.45) - 1 =$$

$$= 2 \cdot 0.6736 - 1 = 0.3472 \quad \to \quad 34.72\% \text{ de los trenes}$$

b)

$$\bar{x} = 0.6 \qquad \alpha = 0.96$$

$$IC = \left(\bar{x} - z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = \left(0.6 - 2.055 \cdot \frac{2.2}{\sqrt{15}}, 0.6 + 2.055 \cdot \frac{2.2}{\sqrt{15}}\right) =$$

$$\frac{1+\alpha}{2} = \frac{1.96}{2} = 0.98 \quad \to \quad z_{\alpha/2} = 2.055$$

$$= (-0.567, 1.767) \quad \to \quad \text{No se puede afirmar que tenga un retraso de 2 minutos}$$

$$E = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2.055 \cdot \frac{2.2}{\sqrt{15}} = 1.17 \text{ minutos}$$

$$\alpha = 0.98 \qquad |\mu - \bar{x}| < 1.1 \quad \to \quad E < 1.1$$

$$\frac{1+\alpha}{2} = \frac{1.98}{2} = 0.99 \quad \to \quad z_{\alpha/2} = 2.325$$

$$E = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2.325 \cdot \frac{2.2}{\sqrt{n}} < 1.1 \quad \to \quad \frac{5.115}{\sqrt{n}} < 1.1 \quad \to \quad \sqrt{n} > 4.65 \quad \to \quad n > 21.64$$

Necesitamos 22 trenes